

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ ГАУССА В ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦАХ

Куклина И.Д.

МБ НОУ «Лицей №11» г. Новокузнецк

Компьютер – универсальное средство для решения задач. Главное, правильно подобрать программное обеспечение, которое поможет вам в этом. Эту мысль преподавателю информатики постоянно приходится демонстрировать учащимся на практике. В данном докладе представлена интегрированная практическая работа по математике и информатике «Решение систем линейных алгебраических уравнений».

Общие сведения.

Рассмотрим систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n, \end{cases} \quad (1)$$

при условии что ее матрица A – невырожденная и имеет единственное решение.

Метод Гаусса - это метод последовательного исключения неизвестных. Суть его состоит в преобразовании системы (1) к системе с треугольной матрицей, из которой затем последовательно (обратным ходом) получают значения всех неизвестных.

Схема деления:

I этап. Подвергнем систему (1) следующему преобразованию. Считая, что $a_{11} \neq 0$ (ведущий элемент) разделим на a_{11} коэффициенты первого уравнения (выполнение этого условия всегда можно добиться путем перестановки уравнений системы (1)). Получим:

$$x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = \beta_1 \quad (2)$$

II этап. Пользуясь уравнением (2), легко исключить неизвестное x_1 из остальных уравнений системы (для этого достаточно из каждого уравнения вычесть уравнение (2), предварительно умноженное на соответствующий коэффициент при x_1).

III этап. Вслед за этим, оставив первое уравнение в покое, над остальными уравнениями системы совершим аналогичное преобразование: выберем из их числа уравнение с ведущим элементом $a_{22} \neq 0$ и исключим с его помощью из остальных уравнений x_2 .

IV, V, ... этапы. Повторяя этот процесс, вместо системы (1) получим равносильную ей систему с треугольной матрицей:

$$\begin{cases} x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = \beta_1 \\ a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = \beta_2 \\ \dots \\ x_n = \beta_n \end{cases} \quad (3)$$

Заключительный этап. Из системы (3) последовательно находятся значения всех неизвестных x_n, x_{n-1}, \dots, x_1 .

Задание 1. Решить систему:

$$\begin{cases} 2,34 x_1 - 4,21 x_2 - 11,61 x_3 = 14,41 \\ 8,04 x_1 + 5,22 x_2 + 0,27 x_3 = -6,43 \\ 3,92 x_1 - 7,99 x_2 + 8,37 x_3 = 55,56 \end{cases}$$

Вариант построения листа на рис. 1.

Комментарии к таблице. *Контрольная сумма* - для раздела A то же что и строчная сумма. В следующих разделах над ней производятся те же действия, что и над коэффициентами и свободными элементами. *Строчная сумма* - сумма коэффициентов и свободного элемента в строке. *Вычислительная погрешность* находится как разность контрольной и строчной суммы. Чем больше ее абсолютное значение, тем более высока погрешность вычислений.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса								
2	Дано:								
3	$2,34 x_1 - 4,21 x_2 - 11,61 x_3 = 14,41$								
4	$8,04 x_1 + 5,22 x_2 + 0,27 x_3 = -6,43$								
5	$3,92 x_1 - 7,99 x_2 + 8,37 x_3 = 55,56$								
6									
7	Расчетная таблица:								
8	Этап	№ строки	Коэффициенты при			Свободные члены	Контрольные суммы	Строчные суммы	Вычислительная погрешность
9			x1	x2	x3				
10		1	2.3400	-4.2100	-11.6100	14.4100	0.9300		
11		2	8.0400	5.2200	0.2700	-6.4400	7.0900		
12		3	3.9200	-7.9900	8.3700	55.5600	59.8600		
13	I	1							
14	II	2							
15		3							
16	III	2							
17	IV	3							
18	V	3							
19	Ответ:		x1	x2	x3				
20									

Рис. 1

Задание 2. Используя построенную расчетную таблицу, решить систему:

$$\begin{cases} 14,38 x_1 - 2,41 x_2 + 1,39 x_3 = 5,86 \\ 1,84 x_1 + 25,36 x_2 - 3,31 x_3 = -2,28 \\ 2,46 x_1 - 3,49 x_2 + 16,37 x_3 = 4,47 \end{cases}$$

Ответы

Задание 1. Результат вычислений (рис.2); формулы (табл.1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
7	Расчетная таблица:								
8	Этап	№ строки	Коэффициенты при			Свободные члены	Контрольные суммы	Строчные суммы	Вычислительная погрешность
9			x1	x2	x3				
10		1	2.3400	-4.2100	-11.6100	14.4100	0.9300		
11		2	8.0400	5.2200	0.2700	-6.4400	7.0900		
12		3	3.9200	-7.9900	8.3700	55.5600	59.8600		
13	I	1	1.0000	-1.7991	-4.9615	6.1581	0.3974	0.3974	0.0000
14	II	2	0.0000	19.6851	40.1608	-55.9513	3.8946	3.8946	0.0000
15		3	0.0000	-0.9374	27.8192	31.4202	58.3021	58.3021	0.0000
16	III	2		1.0000	2.0402	-2.8423	0.1978	0.1978	0.0000
17	IV	3		0.0000	29.7316	28.7559	58.4875	58.4875	0.0000
18	V	3			1.0000	0.9672	1.9672	1.9672	0.0000
19	Ответ:		x1	x2	x3				
20			2.2930	-4.8155	0.9672				

Рис. 2

Таблица 1

№	Ячейка	Формула	Диапазон копирования
1	G10	=СУММ(C10:F10)	G11:G12
2	C13	=C10/\$C10	D13:F13
3	H13	=СУММ(C13:F13)	H14:H18
4	I13	=H13-G13	I14:I18
5	C14	=C11-C\$13*\$C11	C14:G15
6	D16	=D14/\$D14	E16:G16
7	D17	=D15-D16*\$D\$15	E17:G17
8	E18	=E17/\$E17	F18:G18
9	E20	=\$F\$18	
10	D20	=F16-E16*E20	
11	C20	=F13-E13*\$E\$20-D13*\$D\$20	

Задание 2. $x_1 \approx 0,3731$; $x_2 \approx -0,0912$; $x_3 \approx 0,1975$

Литература

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика: Учеб. пособие для техникумов. – М.: Высш. шк., 1991. С. 89-91.